

ПРЕДЕЛЫ ДЕТАЛИЗАЦИИ И ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛЕЙ УРАВНЕНИЙ СПЛОШНЫХ СРЕД

Многопроцессорные вычислительные системы сверхвысокой производительности (1PFLOPS) и выше открывают новые возможности для математического моделирования, в том числе и для тех случаев, когда требуется подробное пространственно - временное описание процесса. Оно необходимо, например, для детального моделирования различного рода физических неустойчивостей, которые во многих случаях имеют относительно небольшие масштабы. Однако на пути реализации возможностей вычислительных систем применительно к рассматриваемым задачам имеется ряд серьезных трудностей [1-2].

LIMITS DETAIL AND FORMULATION OF THE MODEL EQUATIONS OF CONTINUOUS MEDIA / B.N. Chetverushkin (Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, Miusskaya sq. 4, Moscow, 125047, Russia, E-mail: office@keldysh.ru). Multiprocessor computer systems ultrahigh productivity (1PFLOPS) and up ne w oppor tunities f or mathematical modeling, including those applications that require detailed space - time description of the process. It is necessary to, for example, for a detailed modeling of various physical instabilities, which in many cases have a relatively small scale. However, to the realization of oppo rtunities c omputational systems applied to the problem has a number of serious problems [1-2].

1. Введение

Не касаясь здесь важных проблем адаптации вычислительных алгоритмов к архитектуре многопроцессорных систем и создания соответствующего математического обеспечения, остановимся на вопросе верификации данных высокопроизводительных вычислений. Последняя проблема является наиболее острой и напрямую связана с корректностью вычислительных алгоритмов и, тем самым, положенных в их основу математических моделей.

Причина подобной ситуации вытекает из того, что высокопроизводительные системы, применяемые для моделирования различных физических неустойчивостей дают возможность использовать пространственные сетки с числом узлов, достигающих десятка миллиардов. На таких сетках влияние «схемной» вязкости, стабилизирующей численное решение, а заодно и сглаживающей естественные неустойчивости, становится малым. При этом становится открытым вопрос, каков характер неустойчивостей, наблюдаемых в численном решении – естественный или искусственный, т.е. имеющий «счетное» проис-

хождение. В этом плане важен также и вопрос не только об устойчивости вычислительного алгоритма, но и о корректности используемой в качестве основы моделирования математической модели. Поэтому совершенно не случаен всплеск интереса к исследованию, например, корректности базовых для многих научных и технических приложений уравнений Навье-Стокса. Заметим, что эти проблемы привлекали некоторых специалистов уже давно [3-5].

Так, более 40 лет тому назад О.А. Ладыженской было проведено доказательство существования решения модифицированных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Эта модификация достигалась путем введения в правую часть уравнений дополнительных регуляризирующих членов кубичных по скорости и имеющих физический смысл вязкости [3]. В этом случае удается доказать существование решения для любого момента времени. Заметим, что дополнительные члены появились в результате осреднения уравнений Навье-Стокса по конечному объему. Однако обоснования физического смысла подобной процедуры осреднения дано не было.

В докладе на примере ряда задач механики сплошной среды показано, что построение таких сглаживающих членов вполне может быть произведено на основе простых физических соображений. Появление этих членов связано с существованием минимальных пространственных размеров, при искусственном уменьшении которых дальнейшая детализация решения уже не имеет смысла.

Статья с подробным изложением основных результатов будет опубликована в журнале «Математическое моделирование» т. 24 №11 в ноябре 2012г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *B.N. Chetverushkin*. High-performance computing: Fundamental problems in industrial applications. In *Parallel, distributed and grid computing for engineering*. Saxe-Coburg Publications. Ed by V.H. Topping and P. Ivanyi. 2009. Pp. 369-385.
2. *Четверушкин Б.Н.* Прикладная математика и проблемы использования высокопроизводительных вычислительных систем. Труды МФТИ. 2011. Т.3, №4., сс. 96-108.
3. *Ладыженская О.А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М. Наука, 1970, 288 с.
4. *Кошелев А.И., Челнак С.И.* Регулярность решения некоторых краевых задач для квазилинейных эллиптических и параболических систем. СПб: Изд. С.-П. Университета 2000. 355 с.
5. *Кобельков Г.М.* Существование решения «в целом» для уравнений динамики океана. ДАН, т. 107, №1, 2006, сс. 457-459.