© 2012 г. С.В. КРУГЛИКОВ, канд. физ.-мат. наук
(Институт математики и механики УРО РАН,
Уральский федеральный университет, Екатеринбург)

ГАРАНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ АПРИОРНОЙ ПРОКЛАДКИ МАРШРУТОВ ОБХОДА НЕВЫПУКЛЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ[1]

Рассмотрена задача моделирования на плоскости движения группы объектов ограниченной маневренности в обход системы невыпуклых препятствий, конструктивное описание которых порождено конечным семейством замкнутых шаров. Показано, что априорную модель движения группы объектов при заданных терминальных положениях можно строить по схеме принципа разделения задач управления и оценивания в гарантированной постановке. Показана возможность распараллеливания расчетных алгоритмов прокладки маршрута.

ENSUERED APPROACH TO THE PROBLEM OF APRIORI CONSTRUCTION OF ROUTES BYPASSING NONCONVEX OBSTACLES. S.V. Kruglikov (Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, S.Kovalevskoi 16, Yekaterinburg 620219, Russia, E-mail: svk@imm.uran.ru). A problem of modeling of planar motion of the group of objects with constrained maneuverability is under discussion. The given system of nonconvex obstacles is described on the base of the combination of finite set of closed balls. The a priori model of the group motion may be formed in accordance with the scheme of the separation property of the ensured problems of control and estimation.

1. Введение

В настоящее время активное внимание привлечено к разработке алгоритмов решения задач, связанных с исследованием оптимизационных постановок для систем, имеющих сетевую структуру [1]. Наряду с широким спектром вопросов разработки собственно сетевых приложений и распределенного управления интернет трафиком [2], большое значение имеет совершенствование алгоритмов информационно-управляющих систем, обеспечивающих прокладку маршрутов согласованного движения групп объектов, в том числе, обладающих различными схемами предварительной подготовки и маневренными возможностями [3].

В работе продолжено исследование задачи моделирования на плоскости движения группы объектов ограниченной маневренности в обход системы невыпуклых препятствий, конструктивное описание которых порождено конечным семейством замкнутых шаров [4]. В качестве основного математического аппарата выбран

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00043) и Интеграционного проекта (12-С-1-1017) Уральского и Сибирского филиалов РАН "Качественный и численный анализ эволюционных уравнений и систем управления".

гарантированный подход к постановке и решению задач управления и оценивания для динамических систем в условиях неопределенности, хорошо разработанный в теории. Построение прикладных алгоритмов сталкивается с существенными трудностями особенно при работе с невыпуклыми и несвязными ограничениями. Поэтому далее применяется формализация, основанная на понятии «иерархическая система» [5], что позволяет совместить теоретические построения и предположения, применяемые в практике картографического описания. В частности, естественное для морских навигационных карт [6] отличие, состоящее в преимущественном описании участков моря, хорошо согласуется со структурными свойствами описания динамических систем в условиях неопределенности и, в частности, с принципом дуальности. Увеличивающаяся детализация при переходе к более мелкому масштабу адекватно описывается иерархическими связями и отношениями порождающих элементов.

В работе приняты следующие обозначения. Булеан $\Omega(A)$ - множество всех подмножеств множества A, $m(A)$ мощность множества A, количество элементов конечного перечня $A=P0$. Выпуклая оболочка $conv\{P0\}\in\Omega(R^2)$ - многоугольник, контур которого задан цепью крайних точек, графом $\boldsymbol{Q}0^*=\{Q0^*\subseteq P0, Q0^*\}$. Здесь $Q0^*$ минимальное подмножество такое, что $conv\{P0\}=conv\{Q0^*\}$. Отрезок $[c1,c2]=conv\{c1,c2\} = \{c=c1+t\mathbf{ec}|\ 0\leq t\leq 1\ \&\ \mathbf{ec}=(c1-c2)/|c1-c2|\}$ частично упорядочен $[c1\leq_x c2]\Leftrightarrow[t1\leq t2]$, $ti=<\mathbf{ec},ci-c1>$. Ортонормальная система координат $L0(c0,\mathbf{e}0)= L0(c0,cN)$, отвечающая паре (точка $c0$, вектор $\mathbf{e}0,|\mathbf{e}0|=1$) или $(c0,cN)$, $\mathbf{e}0=(cN-c0)/|cN-c0|\}$. Координаты в системе $L0(c0,\mathbf{e}0)$: $\forall c\in R^2$ $\eta(c)=<\mathbf{e}0,c-c0>$; $\xi(c)=<\perp\mathbf{e}0,c-c0>$, где < , > - скалярное произведение векторов, $\perp\mathbf{e}0= \boldsymbol{A}(\pi/2)\mathbf{e}0$.

2. Алгоритмическая структура решения общей задачи.

Для задачи планирования движения группы объектов с ограниченными маневренностью можно рассматривать описание сухопутных образований и маршрута движения объектов принципиально подобными моделями. Существенной особенностью алгоритмов при этом является использование унифицированного представления объектной и алгоритмической структуры объектов, согласованного с подходом объектно-ориентированного программирования. Применение такого подхода позволяет с позиций единого формализма описывать географические условия, ситуационную обстановку; организационную структуру и задачи объектов группы.

Возможные ограничения на маневренность объектов, составляющих группу, описываются семейством параметров $\Phi_2=(\Phi,\Phi\#)$; Φ: $(0)\boldsymbol{M}(Q_2)\rightarrow\boldsymbol{R}^k$, $\Phi\#\in\boldsymbol{R}^k$, где $\Phi.1$ характеризует предельную дальность маршрута $LMax$; $\Phi.2$ количество элементарных поворотов $Kmi=Max\{Kex,Kmin\}$, $Kma=Min\ \{Kmax, KMa\}$; $Kmin$ минимальное, Kex заданное (ожидаемый норматив), максимальное $Kmax$, расчетное $KMa\geq\{0,Kmin\}$. $\Phi.k$ иные ограничения на линейные и угловые величины, определяемые техническими характеристиками моделируемых объектов, в частности, $\varepsilon.Y$ точность исходного позиционирования объекта и/или цели.

Принятая логика исследования задачи априорного моделирования движения группы предполагает согласованный анализ серии задач.

- Задача [**3.1.0/1/2**) Априорный анализ конструктивной схемы ограничений и выделение районов различного масштаба *[Is]CU, [IS]CU =(V|eU), [IS#]CU.*

– Задача **[З.2.0)** Формирование объединенной постановки задачи на основе согласования терминальных условий и связанных ограничений *[is]*{субъект:*(A PR)//<Si>* связанные ограничения [*IS#*]*CU*=[*IS#*]*{***XU**,**BG**, **BS***}//*объект: *{A PO}*}.

– Задача **[З.2.1)** Масштабированное построение системы возможных трубок содержащих маршруты, возможные в выделенной части сети проходов, окружающих препятствия *[is=1\/is#\/is*\/Is*] <Si>: OT(0;±;±∝)* трубка *: (→) PM* путь.

– Задача **[З.2.2)** Формирование итогового маршрута, удовлетворяющего принятым требованиям по точности.

– Задача **[З.3.0)** ***SU***: двойственная ситуация *[is]SU.Y={(APR)/<Si>/{APO}}/*/ {{APO}*/ <Si>*/ (APR)*}* отвечает (симметричной) игровой постановке.

Следует отметить, что рассматриваемые модели позволяют моделировать движение при активном противодействии на основе гипотезы о симметричности распределенной организации противников. Взаимодействие иерархических систем описывается дискретной последовательностью синхронизированных действий отдельных объектов согласно лексикографическому упорядочению типовых критериев эффективности. Качественным ограничением в данном случае выступают не только возможности и архитектура сети передачи данных, но и структура внутреннего представления информации. Далее под термином «цель» понимается любая ситуация, в которой можно по тем или иным причинам не учитывать противодействие, т.е. может рассматриваться задача *[is#]SU.F~{{a Po}|{A Po}}.* Противником могут быть любые объекты, для которых необходимо учитывать симметричность организации и действия, хотя возможно и при иных значениях параметров Φ^*_2; объект в зоне противодействия *[is#]SU.O~{(a Pr)| (A Pr)}*={*(i)*OT | *[is]CU*}.

Введем следующее определение:

Определение 1. Понятие «район» *[Is≤IS]CU=[Is]{***X***U,***B***G,***B***S}* формализует описание внешних препятствий. Здесь *[Is]***X***U=[Is]{XU|***e0***}*≤U=*(V| ***e0****)* - открытая, выпуклая область *[Is]XU⊆V* с относительной системой координат *LL=(xL,RL≥0|***e***L).* В частности, *[Is]XU* может быть *B(xU,RU)* шаром, эллипсом, прямоугольником, выпуклым открытым многоугольником. Здесь *[Is]***B***G* и *[Is]***B***S={[is]***B***S}* конечные информационные семейства.

*[Is]***B***G*={*[is]CU* | *∃c&r≥Rmax: B(c,r)⊆[is]XU∩[Is]XU [is]XU\ [Is]XU≠ ∅*} описывает границу, включающую районы *[is]CU~(i*)CS*, области *[is]XU* которых существенно пересекают *[Is]XU*. Препятствия, составляющие внутренность района включаются в семейство *[IS#]***B***S={[is]***B***S}*={*(i)CG.m|[is#]XU.m⊆[IS#]XU⇒[is#].m<[IS#]*}*⊆[IS]***B***S*.

3. Частные постановки задачи

3.1. Задачи априорного описания системы препятствий

Постановка задачи представляет собой (Q_2,Φ_2)(=){*[Is]CU.O* ⊗ *[Is]CU.F|[IS]CU*} размеченный район-луч, где районы *[Is]CU.Y* отвечают *[Is]XU.Y, Y=O\/F;***B***S.*

[Случай: *IS#≤IS*] *∃Is*:* район *CU: XU=V, [Is*]**B**G=∅, [Is*]**B**S=∪ {[is*]**B**S| is*≤Is*}.* Район *[IS#≤IS]CU = [IS#]{**X**U,**B**G,**B**S};* где область *[IS#]**X**U=[IS#]{XU∈***O***(V)|**e**L}~LL,* выпуклое множество *[IS#]XU⊆[IS]XU* и *LL=(xL,RL≥0|**e**L)* относительная система координат: *B(xL,RL)⊂ [IS#]XU,* в частности*, **e**L=**e**U.* Например: *[IS]XU=$\boldsymbol{R}^2$,* полоса, луч; *[IS#]XU~B(xU,RU)⊆$\boldsymbol{R}^2$* шар, эллипс, выпуклый многоугольник: контур комбинации шаров/точек.

[Случай: *is#*] Район *[is#]CU=[is#]{**X**U,**B**G,**B**S}* - окружение, отвечающее объекту *(i)CG= (i){**X**G, **P**G,**Q**G} ∈ [Is]**B**S*,* если *[is#]XU=*Min*[r]{B(c0,r)|B(c0,r)⊇ B(c,2^{is}Rmax) ∀c∈(i)XG}.*

Рассмотрим следующую задачу.

З а д а ч а 1. **[3.2.0.1]** *Пусть описание внешних ограничений [IS]CU задано и приведено к стандартизованному виду. Позиции [is](A PR)/{A PO} представляют собой семейства районов [is]CU.Y=[is]{**X**U, **B**G,**B**S}.Y, Y∈{O,F}; которые [is=Is*\/is*\/is#\/1] зонированы {(θ,κ)} и увязаны с Q_2 по δ, 0<δ<1.*

[Is](A PR)/{A PO}~[Is*]CU.Y предельное ограничение (i)CG.Y* сверху [*Is*~Lmax**].

{ [is]}(A PR)/{A PO}~{[is*]CU.Y}* система ограничений *(i)CG.Y* сверху: требует выделить полосу выхода из акватории.

(1) *[is*= is#= 1]XU.Y~L.Y* целиком внутри внешней оболочки *(i)CG.*Y правее (любого) касательного луча *{TO,TF}∈(i)QG.Y; (lOtO,* **A***(-π/2)**t**OF)<0.*

(2) левее контура *(i*)CS.Y* стыков *ns; (lOs$_n$,* **A***(-π/2)s$_n$s$_{n+1}$)>0.*

Узкость – проход меньшей ширины, чем допускается на принятом уровне описания: *[is=1](A PR)/{A PO}~[1]CU.Y=[1]{**X**U,**B**G,**B**S}.Y; [1]**X**U.Y={L}.Y; [1]**B**G.Y⊇{(0)CG.j | j=Y.y, y=0\/1} κ=0±; [1]**B**S.Y={∅\/{(0)CG#.O}}.* Здесь *(0)CG#.O* объект; *(0)CG.j= (0){**X**G, **P**G, **Q**G}.j* узлы ограничения, S-связанные δ-объекты компоненты [4]*; (0)**X**G: (0)XG.j= B(c,r).j~ S.j, c.j=l.Y+(Rmax+r.j)**e**.j, r.j=rr Rmax; **e**.j=(-1)^y⊥**e**.Y; (0)**P**G.j={{(0)CG.j}, {0<δ<1}}, (0)**Q**G.j={**q**G}.*

Пусть *(i)CG*.j:* Min*{D.Y(L.Y,CG.Y)|CG.Y∈[1]**B**G.Y}* экстремальные компоненты объекты по метрике в направлении ***e**.j: (i)**X**G*.j=(i){XG*|**e**}.j, rG*.j≤Rmax* [**П.2**,*JG=2 : εY≤ ε$_{12}$(z1,z2) ≤ Rmax*]⇔ [*XU.Y∩XG.j≠∅*]. Объекты согласования *(i)**q**G*.j* определят терминальные стыки, *2Rmax*-проходы, *ε$_{12}$*- узкости *L.Y~*(*i*)CS.Y=*{CO(*(0)XS.Y.-1∪(0)XS.Y.1*), ***P**S$_3$, PS$_3$={(0)CS.Y.-1,L.Y,(0)CS.Y.1}, ΠS$_3$; **Q**S={QS$_2$, (1)ΘS.Y={Z}} S*-звено *(i+1)CG*.Y=⊕$_G$(y)*[*(i)CG*.j*] - комбинация (по *y=0\/1~in\/ex); (i+1)**X**G*.Y= {(i+1)XG*.Y |**e**}.Y, (i+1)XG*.Y⊇B(l,Rmax+2(0)r.j); (i+1)PG*.Y={(i)CG*.y}.Y, (i+1)*Π*G*. Y={δ≤1,0;δ≤1}, (i+1)**Q**G*.Y: (i+1)QG*.Y ⊇ {**q**G±.Y}, (i+1)ΘG*.Y.*

Пусть *(i#)CG.Y=*Max*{(i')CG.Y|(i')CG.Y≥(i+1)CG*.Y}* максимальный объект компонент*; (i#)**P**G, Mn≥2: (i#)PG.Y⊇ {(0)CG.y}.Y~ {S.in,S.ex}.Y; (i#)*Π*G(1,1)=-1 δ. (i#)**Q**G.Y: (i#)QG.Y⊇{**q**G}, (i#)ΘG.Y. [is#](A PR)/{A PO}~[is#]CU.Y* окружение *(i#)CG.Y; [is#]**X**U.Y=[is#]{XU.Y|**e**.Y}, [is#]**B**G.Y ⊇[1]**B**G.Y; [is#]**B**S.Y⊇[1]**B**S.Y.* Допустимые схемы *KK*.* Запас хода *LL* Если [is#]**B**G.Y=∅, [is#]**B**S.Y={(1)CG.Y}, то (i#)CG.Y=(1)CG*.Y, [is#]CU.Y* окружение *(1)CG*.Y. [is#]XU.Y⊇ B(l,ε$_{12}$/2+2rr+2Rmax)* полуполоса *(Y=O)* и полоса *(0)CS*.F,* открытая в направлении ***e**.Y .*

Задача **[3.2.0.2]** предполагает согласование позиций: полосы *[is]CU.O⊗CU.F~ [is]{(A PR)~CU.O /<Si>~{[is]CU.nj}/{A PO}~ CU.F} ⊕CS*.F|[Is#]CU*}*.

Цикл *[is=Is*\/is*\/is#\/1]:* **Х-Анализ**: Позиции согласованы, если *(M*: *λs#≤ Lmax) (I*) эллипс *[Is]XU.Y⊆[IS]XU, Y=O\/F.* Если условия нарушены, тогда район *[Is]CU.O: [Is]**X**U.O={XU= B(x#, Lmax) | **l**0}.O;* где *x#.O=*{*lC,* если JC[*B(lC,Lmax),[IS]XU*]=*0*; *xU-(RU-Lmax) (lC-xU)/|lC-xU|*, если JC[*B(lC, Lmax), [IS]XU*]*>0; (XU.O⊆XU* ближайший к *lC* шар радиуса *RU Lmax* вписанный в *XU).*

3.2. Алгоритм выделения частных акваторий

Пусть заданы *L0(c0,**e**0);* перечень $P0\in\Omega(R^2)$, *m(P0)<∞*. Множество *Q0** крайних точек допускает двухпараметрическое представление *Q0*=∪{d0(k,j),d1(k,j)|(k,j)∈IC}. IC={(k,j)| 0≤k≤ K(j*mod4+ 1*) & 1≤j≤* Max$\{4,2^{k+1}\}\}\in\Omega(N^2)$*; j* номер отделяющей гиперплоскости уровня *k,* мощность *K(j*mod4+1)≥0 семейства уровней *k* гиперплоскостей с непустым пересечением *P*(k,j)* перечня *P0*. $m(IC)\le K0=\Sigma[j=1,\dots,4](1+2^{K(j)})$.

Здесь *d0(k,j)={c|η(c;k,j)=*Min*{η(c';k,j)|c'∈P*(k,j)}}; d1(k,j)={c|η(c;k,j)=*Max*{η(c';k,j)|c'∈P*(k,j)}};*
P(k,j)={c∈P(k,j)| ξ(c;k,j)=p*(k,j)}=P0∩[d0(k,j,d1(k,j)], p*(k,j)=*Max*{ξ(c;k,j)|c∈P(k,j)}.*

[XG.k] *.P(k1,j1)={c∈P(k,j)| ξ(c;k1,j1) ≥0}; P(0,j)=P0, P(1,j)=P0\∪{P*(0,j')} 0≤m(P(k1,j1))<m(P(k,j)).*

Если [c(k,j,1) ≠c(k,j,0)], то вектор ***e**(k,j)=[c(k,j,1)-c(k,j,0)]/|c(k,j,1)-c(k,j,0)|* задает множество *P(k,j)⊆P0; η(c;k,j)=<**e**(k,j),c-c(k,j,0)>; ξ(c;k,j)=<**A**(π/2)**e**(k,j),c-c(k,j,0)>.*

[IC.0] *k=0, j=1,…,4; c(0,j,0)=c0;* $\mathbf{e}(0,j)=\mathbf{A}^{j-1}(-\pi/2)\mathbf{e}0$*; K(j)=0. Для L0(c0,cN): c(k,j;0)=c.1, c(k,j,1)=c.N.*
[IC.1] *k=0, k1=k+1, j1=1,…,4; c(k1,j1,0)=d1(k,j1), c(k1,j1,1)=d0(k,j2), где j2= 1+1mod4.*
[IC.k] *k≥1,k1=k+1;j1=2j-1,c(k1,j1,0)=c(k,j,0),c(k1,j1,1)=d0(k,j);*
j2=2j,c(k1,j2,0)=d1(k,j),c(k1,j2,1)=c(k,j,1).

*Алгоритм построения conv{P0}***.**

1. *k=0, j=0 Q0=∅* Цикл [A:*j=j+1; c(0,j,0), **e**(0,j). P(0,j); p*(0,j), P*(0,j): d0(0,j), d1(0,j); K(j)=0.* Repeat [A:*j<4.*
2. Цикл *j=1,…,4 Q0*= ∪{j}{d0(0,j),d1(0,j)}, Q0= ∪{j}P*(0,j). P(0,j)= P0\ Q0.* Условие [*m(P0)=m(Q0)*]. ДА. Stop. НЕТ.
3. *k1=1. j=0* Цикл [B: *j1=j1+1. c(1,j1,0),c(1,j1,1).* Условие *[c(k,j,1)=c(k,j,0)].* ДА. ***e**(1,j1)=0. P(1,j1)=∅. K(j1)=1.* Repeat [B:*j<4.* НЕТ. ***e**(1,j1). P(1,j1) расчет. p*(1,j1), P*(1,j1); Q0=Q0∪P*(0,j).* Условие [*p*(k,j1)= 0*]. ДА. *K(j)=1.* НЕТ. *d0(1,j1),d1(1,j1)∈Q0*. K(j)=2* . Repeat [B:*j<4.*
4. Условие[PG.1]. ДА. НЕТ. *m(k,j)= m(P(k,j))- m(P*(k,j))*. Если [*m(k,j)=0*]*,* то *K(j1)=k.* Если [*j1≤4*]*,* то Next *j*1. Условие [*Σm(k,j)>0*]. ДА. [IC.k] *k1=k+1. j=0* Цикл [B: *j1=j1+1. c(k,j1,0), c(k,j1,1). **e**(k,j1). P(k,j1).* Условие [PG.k]. ДА. *K(j1)=k.* НЕТ. *p*(k,j1), P*(k,j1); d0(k,j1); d1(k,j1).*

Результат представляет собой объект *(0)CG={**XG**,**PG**={P0,*P0*},**Q**0*}.* Для области ***XG**={XG| **e**0}* справедливо включение *P0⊆conv(P0) ⊆XG,* P0*⊆P0×P0.* Здесь *XG* - шар, не зависящий от вектора ***e**0*; либо прямоугольник [XG.0]*: XG=∩{c∈*R^2 *| <**e**(0,j),c-c0>≤p*(0,j)&1≤j≤4}*. Размеры сторон *aa(0)=p*(0,0)+p*(0,3), bb(0)=p*(0,1)+ p*(0,2)* для *c0∈XG.*

Следствие 1. Граф $\boldsymbol{Q}0=\{Q0,\mathrm{Q}0\}$, $Q0^*\subseteq Q0\subseteq P0$; определяет контур выпуклой оболочки $conv\{P0\}= conv\{Q0\}$, где семейство $Q0=\cup\{P^*(k,j)|(k,j)\in IC\}$. Отношение Q0=(≤) индуцировано лексикографическим порядком: $c1\leq c2\Leftrightarrow[(k1,j1)<_2(k2,j2)]\vee[(k1,j1)=_2(k2,j2)\&c1\leq_x c2]$, где $(k1,j1),(k2,j2)\in IC$.

Следствие 2. $Q0^*=\mathrm{Q}0\cap Q0\times Q0$. Q0 отвечает нумерация $IQ0(\boldsymbol{e}0)=F0°F$; $IQ0:Q0\rightarrow\boldsymbol{N}$; $IQ0(\boldsymbol{e}0;c)= n(c|P^*(k,j^*)) + \Sigma[(k,j)<_2(k,j^*)]\ m(P^*(k,j))$. Здесь отображения $F0: Q0\rightarrow IC\subseteq\boldsymbol{N}^2$; $\forall c\in Q0\ \exists(k,j^*)= \mathrm{Min}(\leq_2)\{(k,j')|\ c\in P^*(k,j')\}$ и $F:IC\rightarrow N$; $F(k,j)= m(P^*(k,j))$. Связь нумерации *IQ оболочки* и заданного вектора $\boldsymbol{e}0$ пересчетом углов $\boldsymbol{e}.n=(c.n+1-c.n)/|(c.n+1-c.n)|$ поля направлений $Q0^*$ в слои и полосы (k,j) через вектора $\boldsymbol{e}0(k,j)=\boldsymbol{A}(k,j)\boldsymbol{e}0$. МБ для комбинации оболочек объектов и доказательства оптимальности пути по *m.* $Q0^*$.

Следствие 3. Пусть заданы $L0(c0,\boldsymbol{e}0)$; связный граф $\boldsymbol{P}0=\{P0,\mathrm{P}0\}$ без самопересечений, такой что $m(P0)<\infty$ и $K=m(\mathrm{P}0\cap\mathrm{Q}0)$, $0\leq K\leq m(Q0)$, для контура $\boldsymbol{Q}0=\{Q0,\mathrm{Q}0\}$. Тогда существуют $KG\leq m(Q0)-K$ минимальных контуров, дополняющих выпуклую оболочку $conv\{P0\}$.

Доказательство основано на выделении для $[c1,c2\in Q0\ \&\ (c1,c2)\notin\mathrm{P}0]$ в силу связности локальной цепочки, дополняющей *(c1,c2) до* минимального контура *PG(c1,c2).*

Лемма 1. Выделение трубки с точностью *(0)* ε^* по соотношению масштабов: $(i)\varepsilon^*$ точность различения уровня *(i)* и размеров $(i)aa(k;j):bb(k;j)$ охватывающей полосы $A(k;j)$. Если $[\varepsilon.m=\mathrm{Max}\{(i)\ \varepsilon^*, \mathrm{Min}\{aa,bb\}/16\}\leq(i)\ \varepsilon^*]$, то замена цепи лучом $bb\sim\varepsilon.m$ или шаром $aa\sim bb$ радиуса $(i)\varepsilon^*$ при его положении на границе луча-входа. Для $P^*(k,j)=\{c\in P0|\ <c-c(k,j;0),\boldsymbol{e}^*(k;j)>=p^*(k;j)\pm\varepsilon.m\}$, Если $[c1=c2\pm\varepsilon.m]$, то… *Если* $[c1\neq c2\pm\varepsilon.m]$, то вектор $\boldsymbol{e}^*(k,j)=\boldsymbol{A}(\pi/2)[c1-c2]/|c1-c2|$ задает полосу $A(k,j)=\{c|\ ([c-c2],\ \boldsymbol{e}^*(k;j))\geq 0\pm\varepsilon.m|\ c\in P0\ \}$ Если $[p^*(k;j)= 0\pm\varepsilon.m]$, то трубка= $A(k,j)$ множество $P0(k;j)=P0\cap A(K,k;j)$, *критерий приведен в Приложении.*

Приведенная лемма позволяет сформулировать алгоритм построения оболочки для цепи с произвольным заданным звеном. Такой подход может применяться при построении акватории, т.е особого варианта района с с несколькими входами. В типовом случае акватории вход предполагается единственным. Пусть пара $(c0,cN)\subseteq R^2$; $c0\neq cN$, отвечает лучу-входа акватории. Тогда $L0(c0,\boldsymbol{e})$ ортогональная система координат, $\boldsymbol{e}=(c0-cN)/|c0-cN|$. Для $j=2,3,4$ находим крайные точки. Потом проверяем j=1. Если $p^*=0$, то общая процедура нумерации оболочки. Для $p^*>0$, запоминаем отдельно для номеров $p^*(0)$: $0<\ldots<c(0;1,0)$; $p^*(1)$: $c(0;3,1)<\ldots<cN$. Если $p^*(y)>0$, то комбинированная нумерация. Разрезаем по точкам $P0(-1)$: $\{c0,c(0;1,0)\}$; $P0(1)$: $\{c(0;3,1),cN\}$. По отдельным цепочкам строим оболочки со своей нумерацией, которые сшиваем по принципу *(-1), (0),(1).* Комбинация объектов на основе близости и комбинации оболочек.

Лемма 2. Пусть конечный связный граф $\boldsymbol{P}0=\{P0\in\Omega(R^2),\ \mathrm{P}0\}$ образует замкнутый контур $\boldsymbol{C}$ без самопересечений. Существует триангуляция (ссылка на утверждение) разбиение не выпуклого множества на треугольные сегменты. Отдельно: Объединение сегментов, начиная с карманов точек из $Q0^*$, дает (не единственное) разбиение выпуклыми многоугольниками.

Заключение

Предположения об ограничениях маневренности динамических объектов ведет к рассмотрению соотношения эллипса, отвечающего постановке задачи управления движением, и иерархических систем, представляющих систему препятствий. Существенным частным случаем модели отдельных препятствий являются объекты, порожденные на основе конечного семейства замкнутых шаров. Приведены условия регулярности, позволяющие разграничить случаи комбинационных и метрических связей и исследовать широкий спектр несвязных и невыпуклых ограничений в задаче априорной прокладки маршрута.

Показано, что априорную модель движения группы объектов при заданных терминальных положениях можно строить по схеме принципа разделения задач управления и оценивания в гарантированной постановке. При этом частные задачи управления и оценивания для иерархических систем являются дуальными. Проведенное исследование структурных свойств приближенных решений при различных масштабах априорного моделирования движения показало возможности распараллеливания расчетных алгоритмов прокладки маршрута.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Удобным конструктивным условием для конструктивной проверки выпуклости оболочки являются следующие соотношения.

Пусть граф $\boldsymbol{P0}$ – цепь, определяющая вершины выпуклого N-угольника, т.е. $P0=\{c_1,\ldots,c_N\}=Q0^*$.

Критерий. Цепь $\{c_1,\ldots,c_N,\ c_{N+1}\}$ определяет вершины выпуклого $(N+1)$-угольника т.т. когда $c_{N+1}\in AZ(N)$, где

(П1) $$AZ(N)=\{\ c\ |\ (c-c_1,c_N-c_1)>0\ \&\ \ (c-c_1,c_2-c_1)\leq 0\ \&\ (c-c_N,c_{N-1}-c_N)\leq 0\ \}.$$

Достаточное условие. Пусть

(П2) $$\exists \boldsymbol{e}\ \ \forall c_i\in P0\Rightarrow c_i\in R0=\{c|\ (\boldsymbol{e},c-c_1)\leq 0\ \&\ (\perp\boldsymbol{e},c-c_N)\leq 0\}.$$

Тогда $\forall c\in R0$: $(c-c_1,c_N-c_1)\geq 0$ контур $\{c_1,\ldots,c_N,\ c\}$ задает выпуклый многоугольник.

Доказательство *очевидно*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Cognitive Informatics ICCI 2006. Vol. 1/2. July 17-18, 2006, Beijing, China. Edited by Yiyu Yao, Zhongzhi Shi, Yingxu Wang and Witold Kinsner. IEEE Computer society. Los Alarmos, California. 2006
2. *Иванов А.О., Тужилин А.А.* Оценивание фазового состояния динамических систем. Теория экстремальных сетей. М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003.
3. *Куржанский А.Б.* Задача управления групповым движением. Общие соотношения.// ДАН. 2009. Т.426. №1. С.20-25
4. *Кругликов С.В.* Модель внутренней структуры информации для планирования параллельного движения группы объектов в сложных географических условиях // Труды 5-ой международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления», Россия, Москва, ИПУ РАН, 26-28 октября 2010 г., М.: ИПУ РАН, 2010. С.889-895.
5. *Kruglikov S.V.* Structural Properties of Guaranteed Control-Estimation Problems for Hierarchical Systems //the IPACS electronic library. 5th International

Conference on Physics and Control (PhysCon 2011). September 5-8, 2011, León, Spain. http://lib.physcon.ru/doc id=0838a557d81f

6. *S-57 Main data (Cumulative).* IHO transfer standard for digital hydrographic data. special publication no. 57. International Hydrographic Organization. Monako. 2002. URL: http://www.iho.int/iho_pubs/maint/S57md8.pdf (дата обращения 10.06.2012).