© 2012 г. А.М. ШМЫРИН, д-р техн. наук
И.А. СЕДЫХ, канд. физ.-мат. наук
(Липецкий государственный технический университет

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОКРЕСТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ[1]

Рассмотрены четкие и нечеткие окрестностные модели сетей Петри, нейронных сетей, нейронных сетей Петри как частные случаи обобщенной окрестностной модели.

NEIGHBOURHOOD'S SOME FEATURES MODELLING OF DISCRETE SYSTEMS / A.M. Shmyrin (Lipetsk State Technical University. 30 Moskowskaya. Lipetsk 398600. Russia, E-mail: amsh@lipetsk.ru), I.A. Sedykh (Lipetsk State Technical University. 30 Moskowskaya. Lipetsk 398600. Russia, E-mail: sedykh-irina@yandex.ru) Clear and fuzzy neighborhood models of networks of Petri, neural networks, Petri's neural networks as special cases of the model generalized neighborhood models are considered.

1. Введение

В [1-3] введены и исследованы окрестностные модели, обобщающие традиционные дискретные модели такие, как конечные автоматы, клеточные автоматы и т.д. В работе показано, что дискретные модели, в частности, четкие и нечеткие сети Петри, нейронные сети и нейронные сети Петри являются разновидностью окрестностных систем с некоторыми вариациями.

2. Обобщенное определение окрестностной модели

2.1. Четкая динамическая окрестностная модель

В [6] введено обобщенное определение окрестностной модели. Четкая динамическая окрестностная модель в общем случае описывается набором $NS_G = (N, X, V, Y, Z, G, F, X[0])$, где:

1). $N = (A, O_x, O_v, O_y)$ – структура окрестностной модели, $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ – множество узлов, O_x – окрестности связей узлов по состояниям, O_v – окрестности связей узлов по управлениям, O_y – окрестности связей узлов по выходным воздействиям. Для каждого узла $a_i \in A$ определена своя окрестность по состояниям $O_x[a_i] \subseteq A$,

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 11-08-97525 р-центр_а).

управлениям $O_v[a_i] \subseteq A$ и выходам $O_y[a_i] \subseteq A$; $O_x = \bigcup_{i=1}^{n} O_x[a_i]$, $O_v = \bigcup_{i=1}^{n} O_v[a_i]$; $O_y = \bigcup_{i=1}^{n} O_y[a_i]$;

2). $X \in R^n$ – вектор состояний окрестностной модели в текущий момент времени;

3). $V \in R^m$ – вектор управлений окрестностной модели в текущий момент времени;

4). $Y \in R^l$ – вектор выходов окрестностной модели в текущий момент времени;

5). $Z \in \mathbf{R}_+^n$ – вектор временных задержек в узлах, где $\mathbf{R}_+$ – множество неотрицательных действительных чисел;

6). $G : X_{O_x} \times V_{O_v} \to X$ – функция пересчета состояний окрестностной модели (в общем случае недетерминированная), где X_{O_x} – множество состояний узлов, входящих в окрестность O_x, V_{O_v} – множество управлений узлов, входящих в окрестность O_v;

7). $F : X_{O_x} \times V_{O_v} \to Y$ – функция пересчета выходов окрестностной модели (в общем случае недетерминированная);

8). $X[0]$ – начальное состояние модели.

В частных случаях для различных дискретных моделей отдельные составляющие окрестностной модели могут отсутствовать.

Функции G и F могут быть произвольными, линейными или нелинейными. В линейном случае функцию пересчета состояний и функцию пересчета выходов окрестностной модели можно представить в виде системы линейных уравнений:

(1)
$$\begin{cases} W_x[t+1]\cdot X[t+1] = W_x[t]\cdot X[t] + W_v[t]\cdot V[t] \\ W_y[t+1]\cdot X[t+1] = W_x[t]\cdot X[t] + W_v[t]\cdot V[t] \end{cases}.$$

В случае, когда функции G и F являются нелинейными, модель (1) преобразуется к виду:

(2)
$$\begin{cases} X[t+1] = G(X[t], V[t]) \\ Y[t+1] = F(X[t], V[t]) \end{cases}.$$

2.2. Нечеткая динамическая окрестностная модель

Нечеткая динамическая окрестностная модель в общем случае описывается набором $NS_G(\omega) = (N(\omega), X(\omega), V(\omega), Y(\omega), Z(\omega), G(\omega), F(\omega), X(\omega)[0], \tau(\omega))$ (здесь и далее ω – признак нечеткости), где:

1). $N(\omega) = (A(\omega), O_x(\omega), O_v(\omega), O_y(\omega))$ – нечеткая структура окрестностной модели, $A(\omega) = \{a_1(\omega), a_2(\omega), \ldots, a_n(\omega)\}$ – нечеткое множество узлов, заданных функциями принадлежности μ_a, $O_x(\omega)$ – нечеткие окрестности связей узлов по состояниям, заданные функциями принадлежности μ_x, $O_v(\omega)$ – нечеткие окрестности связей узлов по управлениям, заданные функциями принадлежности μ_v, $O_y(\omega)$ – нечеткие окрестности связей узлов по выходам, заданные функциями принадлежности μ_y. Для каждого узла $a_i(\omega) \in A(\omega)$ определена своя нечеткая окрестность по состояниям $O_x(\omega)[a_i(\omega)] \subseteq A(\omega)$, управлениям $O_v(\omega)[a_i(\omega)] \subseteq A(\omega)$ и выходам $O_y[a_i(\omega)] \subseteq A(\omega)$; $O_x(\omega) = \bigcup_{i=1}^{n} O_x(\omega)[a_i(\omega)]$, $O_v(\omega) = \bigcup_{i=1}^{n} O_v(\omega)[a_i(\omega)]$, $O_y(\omega) = \bigcup_{i=1}^{n} O_y(\omega)[a_i(\omega)]$;

2). $X(\omega) = (x_1(\omega), \ldots, x_n(\omega))$ – вектор нечетких состояний окрестностной модели в текущий момент времени, заданных функциями принадлежности η_x;

3). $V(\omega) = (v_1(\omega), \ldots, v_m(\omega))$ – вектор нечетких управлений модели в текущий момент времени, заданных функциями принадлежности η_v;

4). $Y(\omega) = (y_1(\omega), \ldots, y_l(\omega))$ – вектор нечетких выходов модели в текущий момент времени, заданных функциями принадлежности η_y;

5). $Z(\omega) = (z_1(\omega), \ldots, z_n(\omega))$ – вектор нечетких временных задержек в узлах, заданных функциями принадлежности ψ_z;

6). $G(\omega): X_{O_x(\omega)}(\omega) \times V_{O_v(\omega)}(\omega) \to X(\omega)$ – нечеткая функция пересчета состояний окрестностной модели (в общем случае недетерминированная), где $X_{O_x(\omega)}(\omega)$ – нечеткое множество состояний узлов, входящих в окрестность $O_x(\omega)$, $V_{O_v(\omega)}(\omega)$ – нечеткое множество управлений узлов, входящих в окрестность $O_v(\omega)$;

7). $F(\omega): X_{O_x(\omega)}(\omega) \times V_{O_v(\omega)}(\omega) \to Y(\omega)$ – нечеткая функция пересчета выходов окрестностной модели (в общем случае недетерминированная);

8). $X(\omega)[0]$ – нечеткое начальное состояние модели;

9). $\tau(\omega)$ – нечеткое время функционирования системы.

В линейном случае функцию пересчета состояний и функцию пересчета выходов окрестностной модели можно представить в виде системы линейных уравнений:

(3)
$$\begin{cases} W_x(\omega)[\tau'(\omega)] \cdot X[\tau'(\omega)] = W_x(\omega)[\tau(\omega)] \cdot X(\omega)[\tau(\omega)] + \\ + W_v(\omega)[\tau(\omega)] \cdot V(\omega)[\tau(\omega)] \\ W_y(\omega)[\tau'(\omega)] \cdot X[\tau'(\omega)] = W_x(\omega)[\tau(\omega)] \cdot X(\omega)[\tau(\omega)] + \\ + W_v(\omega)[\tau(\omega)] \cdot V(\omega)[\tau(\omega)] \end{cases},$$

где $\tau(\omega)$ – текущий нечеткий момент времени, $\tau'(\omega)$ – следующий нечеткий момент времени.

В общем случае функции G и F являются нелинейными:

(4) $$\begin{cases} X(\omega)[\tau'(\omega)] = G(\omega)\big(X(\omega)[\tau(\omega)], V(\omega)[\tau(\omega)]\big) \\ Y(\omega)[\tau'(\omega)] = F(\omega)\big(X(\omega)[\tau(\omega)], V(\omega)[\tau(\omega)]\big) \end{cases}.$$

3. Сеть Петри как частный случай окрестностной модели

3.1. Четкая сеть Петри

В [3] было показано, что сеть Петри является динамической недетерминированной окрестностной моделью $NS_{PN} = (N, X, V, \ \ , \ \ , W, \ \ , X[0])$, причем система (1) в случае сети Петри принимает вид:

(5) $$\begin{aligned} &\left[W_x^1[t+1] \;\; W_x^2[t+1] \ldots W_x^m[t+1]\right] \cdot D[t] \cdot X[t+1] = \\ &= \left[W_x^1[t] \;\; W_x^2[t] \ldots W_x^m[t]\right] \cdot D[t] \cdot X[t] + \\ &+ \left[W_v^1[t] \;\; W_v^2[t] \ldots W_v^m[t]\right] \cdot D[t] \cdot V[t] \end{aligned},$$

где $W_x^k[t+1] \in R^{n \times n}$, $W_x^k[t] \in R^{n \times n}$ – матрицы коэффициентов k-го слоя по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $W_v^k[t] \in R^{n \times n}$ – матрица коэффициентов k-го слоя по входам в момент времени t; $X[t+1] \in R^n$, $X[t] \in R^n$ – вектор состояний окрестностной системы в моменты времени $t+1$ и t соответственно; $V[t] \in R^n$ – вектор входов в момент времени t, $D[t] \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k, по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий момент времени $t+1$.

В формуле (5) умножение блочной матрицы $[W^1[t] \;\; W^2[t] \ldots W^m[t]]$ на вектор $D[t] = [d_1[t] \;\; d_2[t] \;\; \ldots \;\; d_m[t]]^T$ происходит по следующему правилу: $\left[W^1[t] \;\; W^2[t] \ldots W^m[t]\right] \cdot D[t] = \sum_{k=1}^{m} W^k[t] \cdot d_k[t]$.

3.2. Нечеткая сеть Петри с нечетким временем функционирования

Нечеткая сеть Петри с нечетким временем функционирования является нечеткой динамической недетерминированной окрестностной моделью $NS_{PN}(\omega) = (N(\omega), X(\omega), V(\omega), \ \ , \ \ , W(\omega), \ \ , X(\omega)[0], \tau(\omega))$, причем система (3) в случае нечеткой сети Петри принимает вид:

(6) $$\left[W_x^1(\omega)[\tau'(\omega)]\;\; W_x^2(\omega)[\tau'(\omega)]\ldots W_x^m(\omega)[\tau'(\omega)]\right]\cdot D[\tau(\omega)]\cdot X(\omega)[\tau'(\omega)] =$$
$$= \left[W_x^1(\omega)[\tau(\omega)]\;\; W_x^2(\omega)[\tau(\omega)]\ldots W_x^m(\omega)[\tau(\omega)]\right]\cdot D[\tau(\omega)]\cdot X(\omega)[\tau(\omega)] + ,$$
$$+ \left[W_v^1(\omega)[\tau(\omega)]\;\; W_v^2(\omega)[\tau(\omega)]\ldots W_v^m(\omega)[\tau(\omega)]\right]\cdot D[\tau(\omega)]\cdot V(\omega)[\tau(\omega)]$$

где $W_x^k(\omega)[\tau'(\omega)]$, $W_x^k(\omega)[\tau(\omega)]$ – матрицы коэффициентов k-го слоя по состояниям в моменты времени $\tau'(\omega)$ и $\tau(\omega)$ соответственно, $W_v^k(\omega)[\tau(\omega)]$ – матрица коэффициентов k-го слоя по входам в момент времени $\tau(\omega)$; $X(\omega)[\tau'(\omega)]$, $X(\omega)[\tau(\omega)]$ – вектор состояний окрестностной системы в моменты времени $\tau'(\omega)$ и $\tau(\omega)$ соответственно; $V(\omega)[\tau(\omega)]$ – вектор входов в момент времени $\tau(\omega)$, $D[\tau(\omega)]$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k, по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий нечеткий момент времени $\tau'(\omega)$.

4. Нейронная сеть как частный случай окрестностной модели

В [4, 5] было показано, что нейронная сеть является окрестностной моделью $NS_{NN} = (N, \ ,V,Y, \ , \ ,F, \ )$, причем система (2) в случае нейронной сети принимает вид:

(7) $$\sum_{\beta\in O_y[a_{ij}]} w_y[a_{ij},\gamma]y[\gamma] = F_{ij}\left(\sum_{\beta\in O_v[a_{ij}]} w_v[a_{ij},\beta]v[\beta]\right),$$

где $O_v[a_{ij}]$ – окрестность узла a_{ij} по v, $O_y[a_{ij}]$ – окрестность узла a_{ij} по y, состоящая из одного узла a_{ij}, $a_{ij}\in A$, $v[a_{ij}]\in R^m$ – вход в узле a_{ij} модели, $y[a_{ij}]\in R^l$ – выход в узле a_{ij} модели, $w_v[a_{ij},\beta]\in R^{c\times m}$, $w_y[a_{ij},\gamma]\in R^{c\times l}$ – матрицы-параметры., причем матрица $f_y[a_{ij},\gamma]$ является единичной матрицей, $\beta,\gamma\in A$, $F_{ij}: V\to Y$ – некоторая функция.

Модель (7) в общем виде:

(8) $$W_y\cdot Y = F(V).$$

Окрестностная модель нечеткой нейронной сети задается набором $NS_{NN}(\omega) = (N(\omega), \ ,V(\omega),Y(\omega), \ , \ ,F(\omega), \ )$. Модель (8) в нечетком случае имеет вид:

(9) $$W_y(\omega)\cdot Y(\omega) = F(\omega)(V(\omega)).$$

5. Нейронная сеть Петри как частный случай окрестностной модели

5.1. Четкая нейронная сеть Петри

В [4] было показано, что четкая нейронная сеть Петри является динамической недетерминированной окрестностной моделью $NS_{NPN} = (N, X, V, \ , \ , G, \ , X[0])$, причем система (2) принимает вид:

(10) $$X[t+1] = [G^1(X[t], V[t]) \ \ G^2(X[t], V[t]) \dots G^m(X[t], V[t])] \cdot D[t],$$

где умножение матрицы $[G^1(X[t], V[t]) \ \ G^2(X[t], V[t]) \dots G^m(X[t], V[t])]$ на вектор $D[t] = [d_1[t] \ \ d_2[t] \ \ \dots \ \ d_m[t]]^T$ происходит по следующему правилу: $[G^1(X[t], V[t]) \ \ G^2(X[t], V[t]) \dots G^m(X[t], V[t])] \cdot D[t] = \sum_{k=1}^{m} W^k[t] \cdot d_k[t]$.

5.2. Нечеткая нейронная сеть Петри

Определим нечеткую динамическую недетерминированную окрестностную модель нейронной сети Петри набором: $NS_{NPN}(\omega) = (N(\omega), X(\omega), V(\omega), \ , \ , G(\omega), \ , X(\omega)[0], \tau(\omega))$, причем система (4) имеет вид:

(11) $$X(\omega)[\tau'(\omega)] = [G^1(\omega)(X(\omega)[\tau(\omega)], V(\omega)[\tau(\omega)]) \ \ G^2(\omega)(X(\omega)[\tau(\omega)], V(\omega)[\tau(\omega)]) \dots G^m(\omega)(X(\omega)[\tau(\omega)], V(\omega)[\tau(\omega)])] \cdot D(\omega)[\tau(\omega)].$$

6. Заключение

Таким образом, в работе обобщены результаты предыдущих исследований [1-5]. Рассмотрены четкие и нечеткие окрестностные модели сетей Петри, нейронных сетей, нейронных сетей Петри как частные случаи четкой и нечеткой обобщенных окрестностных моделей. Следовательно, в работе дополнена введенная ранее в [3-5] классификация дискретных моделей в классе окрестностных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блюмин С.Л., Шмырин А.М.* Окрестностные системы. – Липецк: Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2005. – 132 с.
2. *Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А.*. Билинейные окрестностные системы– Липецк: ЛГТУ, 2006. – 130 с.

3. *Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А., Филоненко В.Ю.* Окрестностное моделирование сетей Петри. – Липецк: ЛЭГИ, 2010. – 124 с.
4. .Шмырин *А.М., Седых И.А.* Дискретные модели в классе окрестностных систем. Вестник ТГУ. Сер. Естественные и технические науки. – Тамбов, 2012. – Т. 17, вып. 3. – С. 867 – 871.
5. *Шмырин А.М, Седых И.А., Корниенко Н.А., Шмырина Т.А.* Обобщение дискретных моделей окрестностными системами // Материалы конференции с международным участием «Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения» (УКИ 10), ISBN 978-5-91450-060-0, М: ИПУ РАН, 2010. - С. 207-208.