© 2012 г. В.Б. ГУСЕВ, канд. физ.-мат. наук
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

МОДЕЛЬ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ СРЕДОЙ

Рассматривается динамическая модель развивающейся многопроцессорной среды, построенная по аналогии с моделью многоотраслевой экономической системы. Управление вычислительным процессом на верхнем уровне осуществляется с помощью автономных механизмов распределения вычислительных мощностей.

MODEL OF THE OFF-LINE CONTROL THE DEVELOPING MULTIPROCESSING ENVIRONMENT / V.B. Gusev (V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Profsoyuznaya 65, Moscow 117997, Russia, E-mail: gusvbr@mail.ru). The dynamic model of the developing multiprocessing environment constructed by analogy to model of diversified economic system is considered. Management of computing process at top level is carried out by means of independent mechanisms of distribution of computing capacities.

1. Введение

В настоящее время распространение получили распределенные вычислительные среды, использующие коммуникационные возможности сети Интернет. Развитие таких сред требует применения управленческих подходов, учитывающих как информационные, так и экономические характеристики компонент вычислительной среды.

Предполагается, что среда обладает способностью саморазвития за счет подключения новых вычислительных мощностей. Последние обладают определенной специализацией по типу выполняемых операций: производство вычислений, хранение данных, поисковые операции, и т. д. Как обрабатываемая информация, так и сами вычислительные мощности обладают стоимостными характеристиками. Как и в экономических системах, вычислительные среды в процессе своего жизненного цикла могут, как наращивать свой потенциал, так и деградировать.

Результаты моделирования позволяют определять параметры вычислительной среды, при которых процесс ее саморазвития приобретает устойчивый характер – в течение достаточно продолжительного времени величина суммарных вычислительных мощностей растет (имеет положительную производную по времени).

2. Модель вычислительной среды

Модель включает систему алгебраических и дифференциальных уравнений 1-го порядка. Параметры модели подразделяются на исходные (сценарные) и вычисляемые. Часть алгебраических соотношений отображает связи, существующие в силу определения используемых величин. Часть уравнений отражает свойства вычислительной среды по аналогии с действием экономических механизмов. Часть уравнений, описывающая механизмы автономного управления, ориентирована на обеспечение режима устойчивого развития многопроцессорной среды, достаточным условием которого является монотонный рост ее интегральной производительности $v(t)$.

Реальная производительность i -й компоненты среды $v_i(t)$

$$v_i(t) = \min(\min_j(u_j(t)/a_{ji}), f_i(t)), \tag{1}$$

где $i = 1,\ldots, N;$ $u_j(t)$ – оценка скорости поступления исходных данных, a_{ij} – коэффициент преобразования данных вида i при получении расчетных данных вида j; $f_i(t)$ – вычислительная мощность компоненты системы с индексом i.

Интегральная производительность $v(t)$

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N} v_i(t). \tag{2}$$

Скорость реального использования данных вида i $z_i(t)$

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}v_j(t);\ i = 1,..,N. \tag{3}$$

Вычислительные мощности $f_i(t)$ i-й компоненты вычислительной среды.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f(t)_i = n_i(t)\cdot e_i - f_i(t)\cdot b(t), \tag{4}$$

где e_i – коэффициент фондоемкости (фондообразования) для i-й компоненты вычислительной среды.

Коэффициент выбытия вычислительных мощностей $b(t)$ описывается случайным процессом следующего вида

$$\begin{gathered} b(t) = \max(b_{\min}, \tilde{b}(t)), \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\tilde{b}(t) = \mathrm{N}(M, D) - \tilde{b}(t), \end{gathered} \tag{5}$$

где $b_{\min}$ – регулярная компонента коэффициента выбытия; N – генератор случайных чисел с нормальным законом распределения, средним M и дисперсией D.

Объем располагаемой суммы финансов $m_i(t)$ компоненты i

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_i(t) = x_i(t) - i_i(t) - m_i(t)\cdot r, \tag{6}$$

где r – индекс инфляции.

Сумма финансовых накоплений среды в целом m

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m(t) = \sum_i \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_i(t). \tag{7}$$

Доли инвестиций $y_i(t)$ в фондообразование компонент распределяются в пропорции, определяемой следующей системой уравнений

(8) $$y_i(t)\frac{f_i(t)-v_i(t)}{f(t)_i}=y_{i+1}(t)\frac{f_{i+1}(t)-v_{i+1}(t)}{f_{i+1}(t)},\ i=1,...,N-1,$$

(9) $$\sum_i y_i(t)=y(t),$$

где $y(t)$ – суммарная доля инвестиций в фондообразование.

Затраты на фондообразование $n_i(t)$ компоненты i

(10) $$n_i(t)=\max(0,m(t)\cdot y_i(t)),$$

Верхняя оценка потребной скорости поступления исходных данных $z^f_i(t)$

(11) $$z^f_i(t)=\sum_j a_{ij}f_j(t).$$

Оценка скорости поступления исходных данных с учетом расширения среды $u_i(t)$

(12) $$u_i(t)=z^f_i(t)+m(t)\cdot(1-y_i(t))\cdot a,$$

где a – темп поступления дополнительных данных с единичной стоимостью.

Изменением доли $y(t)$ инвестиций в фондообразование управляет оптимизирующая обратная связь с помощью следующего уравнения с запаздыванием и с начальным значением $y(0)$.

(13) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t)=h\cdot\frac{v(t,y)-v(t-\Delta t,y)}{y(t)-y(t-\Delta t)}-s\cdot\frac{y(t)-y(t-\Delta t)}{v(t,y)-v(t-\Delta t,y)},$$

где s,h – коэффициенты обратной связи соответствующей размерности, Δt – временной сдвиг (задержка) измерений.

3. Автономные механизмы управления.

Ряд механизмов управления, нацеленных на осуществление режима устойчивого роста вычислительной мощности, отражают требования сбалансированного наращивания мощностей и максимизации интегральной производительности вычислительной среды. В качестве необходимого условия устойчивого роста было принято требование монотонного роста интегральной производительности $v(t)$ на рассматриваемом участке траектории.

Доли инвестиций в фондообразование компонент $y_i(t)$ распределяются в такой пропорции, чтобы средства на развитие мощностей увеличивались с уменьшением избыточных мощностей и увеличением производительности компоненты (уравнения (8), (9)). В силу уравнений (8) такое управление инвестициями дает прирост нагруженных мощностей компонент пропорционально их достигнутой производительности, что в силу уравнений (1), (2) ведет к росту интегральной производительности v.

Индикативные затраты $z^f_i(t)$ i-го вида данных, используемые при имитации управления промежуточными затратами, нацеленного на максимальное использование вычислительных мощностей в силу производственной функции (1), представляют собой возможные затраты при полной загрузке вычислительных мощностей и имеют вид (11).

Оценки скорости поступающих данных $u_i(t)$ рассчитываются исходя из индикативных затрат $z^f_i(t)$, а также доли $1-y_i(t)$ финансовых накоплений, не израсходованных на фондообразование (уравнение (12)).

Полученные таким образом величины, используемые в производственной функции (1), представляют собой планируемые индикативные объемы и ориентированы на максимальное использование вычислительных мощностей, что повышает живучесть экономического механизма за счет сбалансированного перераспределения инвестиций между фондообразованием и промежуточными затратами в процессе наращивания мощностей.

Оптимизирующая обратная связь нацелена на максимизацию интегральной производительности $v(t)$ в динамике путем вариации величины доли инвестиций *y(t)*. При этом, доля инвестиций может определяться с помощью механизма пропорционально-интегрального оптимизирующего регулятора [7, 8].

Функция $v(t, y)$ в силу уравнений (1) – (12) модели обладает, по крайней мере, односторонней производной по t и y. Кроме того, будем предполагать выпуклость функции $v(t, y)$ по y.

На траектории приближение к точке максимума, если $y(t)$ находится вдали от нее, пропорционально производной $\frac{\partial}{\partial y} v(t, y)$ с множителем h (динамический аналог метода Ньютона)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) \cong h \cdot \frac{\partial}{\partial y} v(t, y).$$

В точке максимума функции $v(t, y)$ необходимое условие максимума с помощью формулы полной производной можно представить в виде

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} v(t, y) = \frac{\partial}{\partial y} v(t, y) + \frac{\partial}{\partial t} v(t, y) / \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) = 0,$$

откуда

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) = -\frac{\partial}{\partial t} v(t, y) / \frac{\partial}{\partial y} v(t, y).$$

На траектории частная производная $\frac{\partial}{\partial y} v(t, y)$ оценивается с помощью конечных приращений

$$\frac{\partial}{\partial y} v(t) \cong (v(t, y) - v(t - \Delta t, y)) / (y(t) - y(t - \Delta t)).$$

Отсюда для любой точки траектории уравнение обратной связи для управляющего параметра y примет вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) \cong h \cdot \frac{v(t, y) - v(t - \Delta t, y)}{y(t) - y(t - \Delta t)} - \frac{\partial}{\partial t} v(t, y) \cdot \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{v(t, y) - v(t - \Delta t, y)}.$$

Шаг h, при настройке параметров подбирается экспериментально в виде экзогенного параметра. По условию устойчивого роста должно удовлетворяться условие $\frac{\partial}{\partial t} v(t, y) > 0$. Предположение, что величина этой производной изменяется на траектории достаточно мало, позволяет заменить эту производную на постоянную величину s. Этот коэффициент подбирается в соответствии с ожидаемым темпом роста. Цель подбора параметров h и s – получение наибольшего на траектории роста интегральной производительности $v(T)$, где T – конечный момент рассматриваемого периода. Таким образом, описанный регулятор (уравнение 13) нацелен на пошаговое приближение к максимальному значению интегральной производительности $v(t)$ на траектории, когда доля накопления рассматривается в качестве управляющего параметра. Численные эксперименты показывают, что при достаточно малых значениях лага Δt отклонение $v(t)$ от оптимума также мало.

Включение в модель оптимизирующего регулятора позволяет расширить диапазон параметров модели, для которого осуществляется режим роста.

4. Заключение

Построенная динамическая модель развития вычислительной среды описывает на макроуровне процессы обработки данных различных типов, наращивание вычислительных мощностей и включает два типа механизмов автономного управления: распределительного и регулирующего. Механизмы распределительного типа контролируют процесс наращивания вычислительных мощностей с расчетом их максимальной загрузки, а регулирующего типа нацелены на устойчивое наращивание интегральной вычислительной мощности среды в предположении достаточного внешнего спроса на вычислительные услуги. Рассмотренные механизмы не связаны со спецификой модели и могут быть применены при управлении развитием реальных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гусев В.Б.* Продуктивность и устойчивость моделей воспроизводства. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2011. – 113 с.
2. *Егоров А.И.* Основы теории управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.