© 2012 г. А. В. АХМЕТЗЯНОВ, к. т. н.
А. М. САЛЬНИКОВ
(Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН, Москва)

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ РАЗРАБОТКОЙ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НЕФТИ И ГАЗА[1]

На практике необходимость решения проблемы идентификации основных параметров (коэффициентов проницаемостей, начальных и граничных условий) гидродинамических моделей резервуаров по ретроспективным данным возникает из-за неполноты и погрешности исходной и текущей информации об объекте управления на всех этапах разработки месторождений нефти и газа. В этих условиях, адаптация (достижение требуемой адекватности) гидродинамических моделей резервуаров делает возможным эффективное управление разработкой месторождения нефти и газа в целом. Для решения задач идентификации и адаптации начальных и граничных условий, фильтрационных параметров предложены параллельные итерационные методы совместного решения прямых и обратных задач для исходных уравнений модели по ретроспективным данным. Для создания интегрированной модели комплексной технологической системы в целом предлагаются параллельные вычислительные технологии с оптимальным иерархическим (многоуровневым) вложением алгоритмов в архитектуру многопроцессорных вычислительных систем.

PARALLEL METHODS FOR SOLVING INVERSE PROBLEMS IN RESERVOIR ENGINEERING / A. V. Akhmetzyanov, A. M. Salnikov (V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Profsoyuznaya 65, Moscow, 117342, Russia, E-mail: awa@ipu.ru, salnikov@ipu.ru). The need for solving the problem of identification of basic parameters (permeability coefficients, initial and boundary conditions) for hydrodynamic models of reservoirs on retrospective data arises from incompleteness and observational errors in source and current information about controlled object at all stages of reservoir engineering. Parallel iterative methods for simultaneous solving of direct and inverse problems for original model equations on retrospective data are proposed to solve the problems of identification and adaptation of initial and boundary conditions and filtration parameters. Parallel computing technologies with optimal hierarchical (multilevel) embedding of algorithms into the architecture of supercomputers are offered for creation an integrated model of complex technological system.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-08-01111-а).

1. Введение

При разработке и создании гидродинамических моделей, предназначенных для прогнозирования состояния и управления разработкой месторождений нефти и газа, основной проблемой является неполнота и погрешность исходной и текущей информации о крупномасштабном объекте управления с распределенными параметрами. Дополнительная неопределенность возникает в процессе добычи нефти и газа, поскольку основные параметры фильтрации пористых сред резервуаров (например, абсолютная и относительные проницаемости) непрерывно изменяются по пространству и времени.

Полная и частичная неопределенность исходных или начальных данных, а также текущей информации поступающей в процессе разработки месторождения требует решения основной задачи идентификации фильтрационных параметров, начальных и граничных условий модели объекта управления.

Трехмерное моделирование крупномасштабных месторождений как объектов управления всегда приводит к системам аппроксимирующих сеточных уравнений большой размерности (10^9 и более). Поэтому использование традиционных (последовательных) вычислительных методов и алгоритмов для таких систем невозможно из-за ограниченной производительности соответствующих вычислительных систем. В настоящее время иных параллельных алгоритмов для использования высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных систем, кроме набора алгоритмов, рассмотренных в данной работе, не существует.

Известно, что фильтрационные характеристики (коэффициенты абсолютных и относительных проницаемостей) резервуара месторождения изменяются (монотонно ухудшаются) во времени и пространстве, что делает невозможным прогнозирование параметров их разработки. Следовательно, для мониторинга состояния резервуара во времени и пространстве необходима адаптация гидродинамических моделей с учетом изменений фильтрационных параметров, фронтального или непрерывного характера фильтрационных процессов на всех этапах разработки месторождений. Методы и алгоритмы идентификации такой адаптации гидродинамических моделей рассмотрены в разделе 3.

2. Многоуровневые параллельные методы вычислительного моделирования

2.1. Иерархические принципы и параллельные вычислительные технологии моделирования

Характерные особенности пористой среды резервуаров месторождений нефти и газа – это большой объём, пространственная протяжённость и неоднородность, сжимаемость флюидов и самой пористой среды. Поэтому необходимость разработки и создания специальных программных комплексов с использованием иерархических многосеточных вариантов методов декомпозиции с расщеплением по физическим процессам, пространственным и временны́м координатам естественным образом вытекает из сложной внутренней структуры резервуара месторождения ([1], [2]).

При таком подходе резервуар месторождения изначально разбивается на относительно однородные геологические тела. Затем каждое геологическое тело, в свою очередь разбивается в двумерном случае на два непересекающихся подмножества макроэлементов (блоков), т. е. каждое геологическое тело подвергается декомпозиции. Предполагается, что в каждом блоке может содержаться забой не более одной добывающей или нагнетательной скважины. Поэтому основными расчётными элементами вычислительных моделей фильтрации флюидов в пористых средах становятся макроэлементы со скважинами ([3]).

Для достижения наибольшей универсальности методов моделирования и экономичности (по критерию минимума объёма и времени вычислений) алгоритмов, предлагается использовать многоуровневые параллельные вычислительные технологии, соответствующие следующим уровням иерархии.

0) Верхний (нулевой) уровень соответствует объекту управления в целом. Сеточные операторные уравнения на этом уровне определяют баланс потоков между соседними геологическими телами, вычисленными по результатам следующего (первого) уровня иерархии.

1) Первый уровень соответствует разбиению резервуара на однородные по проницаемости геологические тела $\Omega_i, i = \overline{1,m}$. Нумерация геологических тел выбирается таким образом, чтобы $D_1 = \{\Omega_1, \Omega_3, \cdots\}$ и $D_2 = \{\Omega_2, \Omega_4, \cdots\}$ представляли собой два подмножества элементов, имеющих только общие вершины, что позволяет организовать использование параллельных решений методами декомпозиции резервуара с расщеплением по пространственным координатам. Для этого на полушаге каждой итерации по времени независимо и параллельно решаются подзадачи, соответствующие подмножествам D_1 и D_2. Сеточные операторные уравнения на этом уровне иерархии формируются про результатам параллельных вычислений на следующем (втором) уровне.

Если некоторые геологические тела $\Omega_i, i = \overline{1,m}$ частично пересекаются вдоль границ, построение подмножеств $D_1, D_2, \cdots$ несколько усложняется, и основные итерации разбиваются на большее число дробных шагов.

2) Второй уровень иерархии соответствует аналогичной декомпозиции каждого однородного геологического тела $\Omega_i, i = \overline{1,m}$ на непересекающиеся подмножества макроэлементов $D_1^i = \{\Omega_1^i, \Omega_3^i, \cdots\}$ и $D_2^i = \{\Omega_2^i, \Omega_4^i, \cdots\}$. Параллельные вычисления на каждой итерации по времени на этом уровне иерархии также производятся в два полушага, поочередно для всех макроэлементов принадлежащих подмножествам D_1^i и $D_2^i, i = \overline{1,m}$.

3) Третий (нижний) уровень является основным уровнем, ему соответствуют независимые подзадачи для каждого Ω_j^i, т. е. макроэлементы, содержащие забой добывающей или нагнетательной скважины. В общем случае параллельное решение подзадач нижнего уровня производится с использованием многосеточных вариантов конечно-разностных, конечно-объёмных (балансовых) или конечно-элементных (вариационных) методов в сочетании с расщеплением по физическим процессам и пространственным координатам, обеспечивающих экономичность, требуемую точность и быструю сходимость.

Предлагаемые параллельные технологии естественным и оптимальным образом вкладываются в архитектуру многопроцессорных вычислительных систем с общей и распределённой памятью, например, при использовании интерфейсов параллельного программирования MPI, OpenMP, OpenCL и др.

2.2. Интеграция гидродинамических моделей системы пласт-скважина-нефтегазосборная сеть в целом

При управлении разработкой месторождений нефти и газа становится актуальной многоуровневая проблема согласования гидрогазодинамических процессов: фильтрации в пластах, подъёмных лифтах скважин, в наземных нефтегазосборных сетях трубопроводов и объектах подготовки нефти и газа ([4]). Это означает, что при математическом моделировании такой взаимосвязанной системы в целом, кроме забойных давлений для просчёта уравнений фильтрации в пласте, необходимо задаваться буферными давлениями на устьях скважин и распределением потоков в сетях сбора и объектах подготовки нефти и газа. В общем случае физические процессы на этих уровнях определяются законами сохранения массы, количества движения и энергии с учетом сжимаемости флюидов и пористой среды и описываются системой нелинейных параболических уравнений, связанных через граничные условия.

Для корректной постановки задачи распределения потоков (давлений и расходов) газа в этих подсистемах необходим согласованный (сбалансированный) выбор технологических параметров, начальных и граничных условий, а также управляющих воздействий. Система нелинейных уравнений интегрированной модели решается также с использованием дискретизации (сеточной аппроксимации) по времени и пространству. При этом дискретизация по пространству, в зависимости от неоднородности резервуаров месторождений нефти и газа, должна производиться согласно структуре разбиения резервуара на геологические тела.

3. Задачи идентификации

Использование традиционных методов статистической обработки ретроспективных данных неэффективны для решения проблемы идентификации и адаптации гидродинамических моделей месторождений нефти и газа. Предлагаемые в данной работе методы основаны на методах теории обратных задач для квазилинейных уравнений математической физики. В частности, коэффициентных, граничных и эволюционных обратных задач оптимального управления, когда постановка и решение прямых задач невозможно из-за отсутствия достаточно точной информации о значениях нелинейных функций в коэффициентах и правых частях операторных уравнений, в краевых и начальных условиях на внутренних и внешних границах.

Предлагаются итерационные методы для решения обратных (обычно некорректных) задач управления разработкой месторождений, в основу которых (как и для прямых, обычно корректных задач) положены различные варианты построения аппроксимирующих последовательностей приближения решений. Иначе говоря, некорректным обратным задачам ставятся в соответствие последовательности прямых задач, согласованные с погрешностью исходных (входных) данных. При этом в качестве параметра регуляризации служит размерность аппроксимирующего пространства.

Итерационные методы такого типа, которые обычно называют *методами итеративной регуляризации*, предоставляют возможность построения эффективных методов для широкого класса обратных задач оптимального управления разработкой месторождений нефти и газа при возмущенных ретроспективных входных данных. Выбор такой регуляризации обусловлен следующими причинами. Обычно оптимальный выбор параметра регуляризации (например, в методах А. Н. Тихонова, [7]) производится

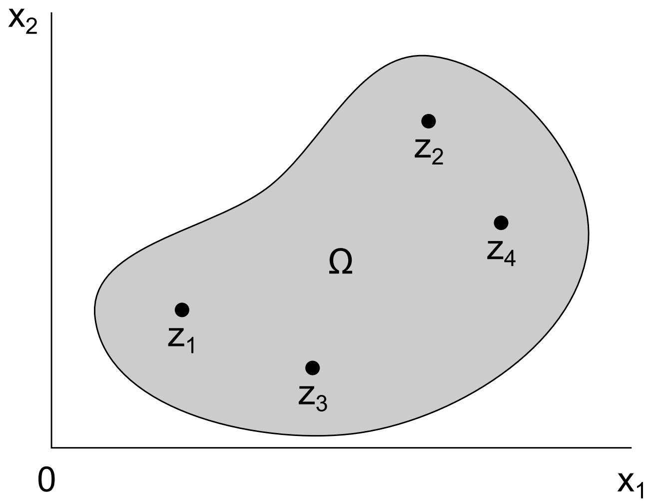

Рис. 1. Двумерная модель

при заданных значениях погрешности правых частей, граничных и начальных условий и заданной априорной информации о решении.

При решении прикладных задач такая априорная информации, как правило, частично и даже полностью отсутствует. Поэтому для решения задач идентификации и адаптации гидродинамических моделей месторождений нефти и газа предпочтительны итеративные методы регуляризации, при использовании которых необходимость в оценке параметра регуляризации не возникает.

Вычислительные технологии для различных вариантов постановки обратных задач рассматриваемого типа ориентированы на применение методов теории сопряженных уравнений или возмущений после (локальной или не локальной) линеаризации исходной системы операторных уравнений модели, когда для прямых и сопряжённых операторов выполняется тождество Лагранжа.

3.1. Восстановление нестационарных полей (начальных условий) по ретроспективным данным

Для простоты изложения обратная задача формулируется для двумерной модели (рис. 2), т. е. для нестационарного параболического уравнения

$$\partial p/\partial t - \sum_{i=1}^{i=2} \partial/\partial x_i(k(x)\partial p/\partial x_i) = 0, x \in \Omega, \tag{1}$$

при неизвестных начальных условиях $p(x,0)$ и заданной ретроспективной информации (измерений) по всем скважинам $p(z_m,t) \approx \varphi(t), 0 < t < T, m = \overline{1,M}$, где p, z_m, T, M – давление, векторы координат скважин с номером, период планирования и число скважин соответственно.

Решение этой задачи, согласно методу регуляризации А. Н. Тихонова формулируется как задача оптимального управления при управляющем воздействии $u(x) \in H = \{u(x)|u(x) \in L_2(\Omega), k(x)(\partial u/\partial n) = 0, \forall x \in \partial\Omega\}$ и начальном условии $p(x,0;u) = u(x), \forall x \in \Omega$, а именно:

$$
(2) \qquad J_\alpha(w) = \\ = \min_{\nu \in H} \left\{ \sum_{m=1}^{m=M} \int_0^T (p(z_m, t; u) - \varphi_m(t))^2 \partial t + \alpha ||u||^2 \right\},
$$

где $\alpha > 0$ – параметр регуляризации.

Предполагается, что точки наблюдения (скважины) при конечно-элементной аппроксимации совпадают с некоторыми внутренними узлами Ω, а приближённое решение обратной задачи $p(x, t) = p(x, t; w)$ определяется итерационным методом решения уравнения Эйлера $B\psi_0 + \tau\alpha u = 0$, т. е. согласно необходимому и достаточному условию оптимальности.

Шаг 1. При заданном w^k (k – номер итерации) определяется основное состояние

$$
B(y_{n+1}^k - y_n^k)/\tau + Ay_n^k = 0, n = \overline{0, N_0 - 1}, y_0^k(x) = w^k(x), x \in \omega.
$$

Шаг 2. Затем определяется сопряжённое состояние в обратном времени

$$
B(\psi_n^k - \psi_{n+1}^k)/\tau + A\psi_{n+1}^k = 2\chi_h(y_n^k - \varphi_h(x, t_n)), n = N_0, N_0 - 1, \cdots, 1; \\
B(\psi_0^k - \psi_1^k)/\tau + A\psi_1^k = 0, \psi_{N_0+1}^k = 0, x \in \omega,
$$

где χ_h – сумма δ-функций из пространства обобщённых функций H в точках, где расположены скважины; B, A – сеточные операторы; y, φ – основные и сопряжённые переменные.

Шаг 3. И наконец, уточняется начальное условие

$$
(w^{k+1} - w^k)/s^{k+1} + B\psi_0^k + \alpha w^k = 0, x \in \omega.
$$

Таким образом, алгоритм основан на решении двух нестационарных задач и уточнении начального условия на каждой итерации.

Однако параметр регуляризации α должен определяться уровнем погрешности исходных данных (как правило неизвестных) на практике, можно ограничится методом минимизации функционала невязки (2), положив $\alpha = 0$, т. е. решению уравнения $B\psi_0 = 0$ по аналогичной схеме. Следовательно, основное преимущество итерационных методов перед другими – это отсутствие необходимости определения параметра регуляризации.

3.2. Восстановление граничных условий

Прямая задача формулируется для уравнения (1) в прямоугольнике $\Omega = \{x | x = (x_1, x_2), 0 < x_i < l_i, i = 1, 2\}$ при следующих начальных и граничных условиях: $p(x, 0) = 0$, $k(x)(\partial p/\partial n) = 0, x \in \gamma_* \cup \Gamma$, $x \in \Omega$, $k(x)(\partial p/\partial n) = \mu(x_1, t)$, $x \in \gamma$, где γ, γ_* и Γ_1, Γ_2 – границы области Ω, параллельные осям координат($\partial\Omega = \gamma \cup \gamma_* \cup \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$).

Задача идентификации граничного условия на $\gamma \subset \partial\Omega$ $k(x)(\partial p/\partial n) = \mu(x_1, t)$ формулируется как обратная с заменой этого условия (на $\gamma \subset \partial\Omega$) на дополнительное условие на границе $\gamma_* \subset \partial\Omega, p(x, t) = \varphi(x_1, t)$.

Обратная задача представляется в виде операторного уравнения $A\mu = \varphi$, где линейный несимметричный оператор A преобразует функции, заданные на $\gamma \subset \partial\Omega$, в функции, заданные на $\gamma_* \subset \partial\Omega$.

Далее операторное уравнение преобразуется к симметричной форме $A^*A\mu = A^*\varphi$, где A^* – сопряжённый оператор, а его решение определяется явным итерационным методом скорейшего спуска

$$(3)\qquad \begin{aligned}&(\mu_{k+1} - \mu_k)/s_{k+1} - A^*A\mu_k = A^*\varphi, k = 0, 1, \cdots ;\\ &s_{k+1} = ||r_k||^2/||Ar_k||_*^2, r_k = A^*A\mu_k - A^*\varphi.\end{aligned}$$

Здесь нормы определены в гильбертовых пространствах функций, заданных на γ и γ_*. Сопряжённый оператор A^* определяется соотношением $A^*\nu = \psi(x,t), x \in \gamma$, где $\psi(x,t)$ – сопряжённое состояние, определяемое решением краевой задачи

$$(4)\qquad -\partial\psi/\partial t + L\psi = 0, \psi(x,T) = 0, x \in \Omega, 0 < t < T.$$

3.3. Параметрическая идентификация коэффициентов проницаемости

Для простоты и наглядности (без потери общности) в качестве модельной задачи рассмотрим одномерное параболическое уравнение распределения давления

$$(5)\qquad \begin{aligned}&\partial p/\partial t - \partial/\partial x(k(p)\partial p/\partial x) = 0, 0 < x, l;\\ &p(0,t) = 0, p(l,t) = g(t); p(x,0) = 0, 0 \leqslant x \leqslant l;\\ &p(z_m,t) \approx \varphi_m(t), 0 < t \leqslant T, m = \overline{1,M}.\end{aligned}$$

В такой постановке коэффициентной обратной задачи единственность его решения обеспечивается в предположениями достаточной гладкости $k(p)$ и монотонности $g(t)$. Приближённое решение параметрической идентификации коэффициента проницаемости представляется как линейная комбинация базисных функций $\eta_r(p), r = \overline{1,R}$ конечномерного подпространства K_R в пространстве функций K, т. е.

$$(6)\qquad k_R(p) = \sum_{r=1}^{r=R} a_r\theta_r(p), p_{min} \leqslant p \leqslant p_{max}.$$

Для решения задачи параметрической идентификации опять выберем альтернативный подход, когда в качестве параметра регуляризации выступает размерность подпространства K_R, т. е. шаг равномерной сетки

$p_r = p_{min} + (r-1)(p_{max} - p_{min})/(R-1), r = \overline{1,R}$

по p, определяющий число базисных элементов в разложении (6), т. е. кусочно-линейных финитных функций с коэффициентами $a_r = k_R(p_r), r = \overline{1,R}$ (рис. 2).

Параметрическая идентификация с применением традиционных методов регуляризации сопряжена с осложняющим фактором нелинейной зависимости $p(x,t)$ от $k(p) = k_R(p)$. В условиях монотонности граничных режимов можно ограничится построением алгоритмов последовательной идентификации. В этом случае при каждом $t \leqslant t_* < T$ можно найти функцию $k(p)$ при $p \leqslant g(t_*)$. Учёт этих свойств обеспечивает простоту и эффективность при идентификации кусочно-постоянными финитными функциями на равномерной сетке (рис. 3)

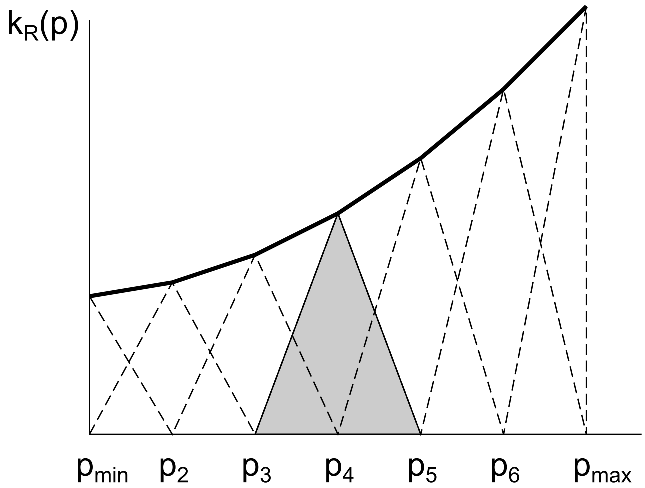

Рис. 2. Идентификация кусочно-линейными финитными функциями

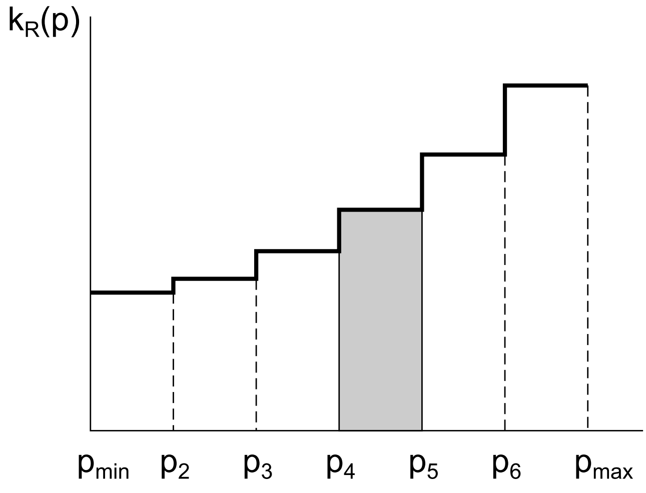

Рис. 3. Идентификация кусочно-постоянными финитными функциями

$p_r = p_{min} + r(p_{max} - p_{min})/R, r = \overline{0, R}$.

При такой параметризации на интервале $p_{r-1} \leqslant p \leqslant p_{max}$ определяется один числовой параметр a_r, поскольку $a_q, q = \overline{1, r-1}$ уже определены на предыдущих итерациях. Подобная процедура возможна и при других видах аппроксимации (6), например, при кусочно-линейной идентификации коэффициента продуктивности.

Если коэффициент проницаемости не зависит от давления, то задача идентификации и адаптации $k(x, t)$ значительно упрощается. В этом случае, оценка значений коэффициента по ретроспективным данным может быть вычислена методами скользящего среднего для монотонно убывающих функций (экспонент).

3.4. Обобщения методов идентификации

Предлагаемые методы параметрической идентификации легко обобщаются для определения распределённых значений коэффициентов $k(x, p(x, t)), x \in \Omega \subset R^2$ на всём множестве узлов двумерной сеточной аппроксимации резервуара месторождений нефти и газа. Для неоднородных многопластовых месторождений с различными коэффициентами проницаемости удаётся провести параметрическую адаптацию коэффициентов по каждому пласту и тем самым построить квазитрёхмерную модель резервуара. На практике подобная пространственная гидродинамическая модель оказывается вполне достаточной для адекватного представления процессов фильтрации флюидов в неоднородных пористых средах резервуаров.

Построение трехмерных гидродинамических моделей в общем виде в настоящее время нецелесообразно из-за неполноты и недостаточной точности исходной и текущей информации.

Аналогичным образом, обобщаются методы решения задач восстановления начальных и граничных условий для неоднородных по проницаемости многопластовых месторождений нефти и газа.

4. Заключение

В работе предложены результаты фундаментальных научных исследований, обеспечивающие создание и адаптацию гидродинамических моделей фильтрации флюидов в пористых средах природных резервуаров месторождений нефти и газа со сложной геометрической и геологической структурой на всех этапах разработки. В частности, идентификации функциональных параметров нелинейных квазитрёхмерных операторных моделей процессов фильтрации флюидов с использованием функциональной и параметрической оптимизации для восстановления распределения фильтрационных параметров (абсолютных и относительных проницаемостей, коэффициентов продуктивности, начальных и граничных условий) по ретроспективным данным измерений на скважинах.

Предлагаемый в работе интегрированный подход к созданию иерархической модели всего технологического комплекса в целом (пласт-скважина-нефтегазосборная сеть), обеспечивает обратную связь, необходимую для управления по замкнутому циклу в реальном времени, что,в частности, является актуальным при разработке месторождений на побережье и шельфах Арктики.

В работе рассмотрены особенности реализации предложенных методов и алгоритмов на многопроцессорных вычислительных системах с многоуровневым распараллеливанием вычислительных процессов с использованием интерфейсов параллельного программирования MPI, OpenMP, OpenCL и др., ориентированных на конкретные прикладные нелинейные задачи моделирования процессов фильтрации флюидов в пористых средах для оптимального управления разработкой многопластовых месторождений нефти и газа. В частности, исследованы и изложены методы согласованного вложения многоуровневой структуры алгоритмов в архитектуру МВС, оптимальных по критерию минимума трудоёмкости и времени вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akhmetzyanov A.V. (2008a).* Computational Aspects in Controlling Filtration of Fluids and Gases in Porous Media. // Automation and Remote Control, vol. 69 (No. 1), 1–12.

2. *Akhmetzyanov, A.V. (2008b).* Large-Scale Nonlinear Multivariable Systems (Decomposition, Modelling and Control Problems). / Proceeding 17th IFAC World Congress. Seoul, Korea, ID: 2217.

3. *Akhmetzyanov, A.V., Ermolaev A.I. (2008).* Simulation of Hidrocarbon Filtration Processes in Porous Media Using the Decomposition of the Simulation Zone. / Proceedings of the 11th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. Bergen, Norway, P22.

4. *Akhmetzyanov, A.V., Ibragimov, I.I., Yaroshenko, Y.A. (2012).* Integrated Hidrodynamic Models of Oil Field Development Processes. // Automation and Remote Control, vol. 72 (No. 2), 345–354.

5. *Jansen, J.D., Bosgra, O.H., Van den Hof, P.M.J. (2008).* Model-based Control of Multiphase Flow in Subsurface Oil Reservoirs. // Journal of Process Control, vol. 18 (9), 846–855.

6. *Samarskii, A.A., Vabishchevich, P.N. (2007).* Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics. Walter de Gruyter, Berlin.

7. *Tikhonov, A.N., Arsenin, V.Y. (1977).* Solutions of Ill-posed Problems. Winston & Sons, Washington, D.C.